

SVEUČILIŠTE U RIJEKI  
ODJEL ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci • Odjel za matematiku

Radmila Matejić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: math@math.uniri.hr

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN PREDMETA

Opće informacije		
<b>Naziv predmeta</b>	Linearna algebra II	
<b>Studijski program</b>	<b>Preddiplomski studij Matematika</b>	
<b>Godina</b>	1. godina	
<b>Status predmeta</b>	Obvezatan	
<b>Web stranica predmeta</b>	Merlin	
<b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b>		
<b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>	<b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>	8
	<b>Broj sati (P+V+S)</b>	45+45+0
<b>Nositelj predmeta</b>	<b>Ime i prezime</b>	<b>Marijana Butorac</b>
	<b>Ured</b>	O-323
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	ponedjeljak: 11:30-12:15 četvrtak: 17:45-18:30
	<b>Telefon</b>	584-655
	<b>e-adresa</b>	mbutorac@uniri.hr
<b>Suradnici na predmetu</b>	<b>Ime i prezime</b>	<b>Sara Ban</b>
	<b>Ured</b>	O-527
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	petak: 13:45-15:15
	<b>Telefon</b>	584-688
	<b>e-adresa</b>	sban@math.uniri.hr

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi predmeta

Osnovni cilj kolegija jest upoznati studente s osnovama linearne algebre. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- analizirati rješivost sustava linearnih jednadžbi i strukturu skupa rješenja;
- definirati linearu mnogostruktost;
- razlikovati i primjenjivati različite načine rješavanja linearnih sustava;
- definirati karakteristični i minimalni polinom i analizirati njihova svojstva;
- definirati svojstvene vrijednosti linearog operatora, analizirati njihova svojstva i opisati način njihovog određivanja;
- argumentirano primjenjivati kriterije dijagonalizacije linearog operatora ;
- definirati Jordanovu formu matrice;
- definirati unitarne prostore i normu, analizirati Cauchy-Schwartzovu nejednakost ;
- definirati ortonormiranu bazu i ortogonalni komplement, te opisati Gram - Schmidtov postupak ortogonalizacije;
- uvesti koncepte operatora na unitarnim prostorima;
- definirati glavne osobine unitarnih, ortogonalnih, hermitskih, simetričnih i antihermitskih matrica;
- analizirati kvadratne forme

#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost predmeta



### 1.3. Očekivani ishodi učenja za predmet

Nakon odslušanog predmeta i položenog ispita studenti će biti u stanju:

- rješiti zadatke primjenom različitih metoda rješavanja sustava linearnih jednadžbi (A6, B6, C6, D3, E3, F3)
- klasificirati svojstva linearog operatora (unitarni operatori, ortogonalni operatori, simetrični i antisimetrični operatori, hermitski i antihermitski operatori) (A6, B6, C6, D3, E4, F3)
- argumentirano primijeniti operacije s vektorima u rješavanju zadataka (A6, B6, C6, D5, E4, F5)
- odrediti Jordanovu formu matrice (A4, B4, C3, D2, E2, F2)
- konstruirati ortonormiranu bazu unitarnog prostora (A6, B6, C6, D4, E3, F5)
- koristiti vektorske i matrične norme u rješavanju zadataka (A6, B6, C3, D2, E2, F2)
- razlikovati unitarne, normirane i metričke prostore (A6, B6, C3, D2, E2, F2)
- odrediti kanonski oblik (binarne) kvadratne forme (A4, B4, C3, D2, E2, F2)
- matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog predmeta (A6, B6, C6, D6, E5, F5)

### 1.4. Okvirni sadržaj predmeta

Sustavi linearnih jednadžbi. Cramerovi sustavi. Homogeni i nehomogeni sustavi. Rješavanje sustava linearnih jednadžbi.

Karakteristični i minimalni polinom. Invarijantni potprostori. Svojstvene vrijednosti linearog operatora.

Jordanova forma matrice.

Unitarni prostori. Nejednakost Schwarz-Cauchy-Bunjakovski. Norma. Metrika. Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije. Operatori na unitarnim prostorima. Unitarni operatori. Hermitski adjungirani operatori.

Hermitski operatori. Simetrični operatori i kvadratne forme.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja  
 seminari i radionice  
 vježbe  
 e-učenje  
 terenska nastava  
 praktična nastava  
 praktikumska nastava

- samostalni zadaci  
 multimedija i mreža  
 laboratorijski rad  
 projektna nastava  
 mentorski rad  
 konzultativna nastava  
 ostalo

#### 1.6. Komentari

### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni prisustvovati nastavi, aktivno sudjelovati u svim oblicima nastave, ostvariti određen broj bodova kroz semestar te položiti završni ispit. U toku semestra pisat će se **2 kolokvija i 3 testa**.

#### KOLOKVIJI (58 bodova)

Kolokviji će uključivati praktične zadatke iz vježbi i zadatke vezane uz gradivo obrađeno na predavanjima, a na svakom kolokviju student će moći skupiti maksimalnih **29 bodova**.

#### TESTOVI (12 bodova)

Tijekom semestra održat će se 3 testa. Na svakom testu moguće je ostvariti po **4 boda**.

U zadnjem tjednu nastave svaki će student imati mogućnost popravljati jedan kolokvij po izboru. Bodovi ostvareni na kolokviju kojeg se želi popravljati se brišu te se mjerodavnim smatraju bodovi ostvareni na ponovljenom kolokviju.

## 2. SUSTAV OCJENJVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. **Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70** (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata). **Kroz**



sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave i na završnom ispitnom terminu.  
35 ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu. Na ispitu je moguće ostvariti maksimalno 30 bodova. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispitna. Ispit se polaže kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće stići kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu stići ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

## 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
Testovi	-
<b>UKUPNO:</b>	<b>35</b>
<b>OSTALI UVJETI:</b>	

## 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. K. Horvatić: *Linearna algebra*, Sveučilište u Zagrebu, PMF, Matematički odjel, Zagreb, 2001.
2. S. Kurepa: *Uvod u linearu algebru*, Školska knjiga, Zagreb, 1975.

### a. Dodatna literatura

1. A. Aglić Aljinović, N. Elezović: *Linearna algebra : zbirka zadataka*, Zagreb : Element, 2003.
2. D. Bakić: *Linearna algebra*, Školska knjiga, Zagreb, 2008.
3. N. Bakić, A. Milas, *Zbirka zadataka iz linearne algebre*, PMF – Matematički odjel, Zagreb, 1996.
4. L. Čaklović: *Zbirka zadataka iz linearne algebre*, Školska knjiga, Zagreb, 1976.
5. J. Dieudonne: *Linearna algebra i elementarna geometrija*, Školska knjiga, Zagreb, 1977.
6. J. Hefferon, *Linear Algebra*, <http://joshua.smcvt.edu/linearalgebra/>
7. S. Kurepa: *Konačnodimenzionalni vektorski prostori*, Liber, Zagreb, 1992.

## 3. DODATNE INFORMACIJE O PREDMETU

### a. Pohađanje nastave

Studenti smiju izostati s najviše 30% vježbi te su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

### b. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.



**c. Ostale relevantne informacije**

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticati će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sutava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

**d. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe predmeta**

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Odjela za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog predmeta. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog predmeta.

**e. Ispitni rokovi**

<b>Ljetni</b>	18.06.2020. u 8:30 02.07.2020. u 8:30
<b>Jesenski izvanredni</b>	04.09.2020. u 8:30

**SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE I ODRŽAVANJA KOLOKVIJA U AKADEMSKOJ GODINI 2019/2020.**

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
4.03.2020.	9:15-12:00	P	Rješivost sustava linearnih jednadžbi. Homogeni i nehomogeni sustavi.	SVI	O-027
11.03.2020.	9:15-12:00	P	Cramerovi sustavi. Rješavanje sustava linearnih jednadžbi.	SVI	O-027
18.03.2020.	9:15-12:00	P	Svojstvene vrijednosti linearног operatora.	SVI	O-027
25.03.2020.	9:15-12:00	P	Karakteristični i minimalni polinom.	SVI	O-027
1.04.2020.	9:15-12:00	P	Invariјantni potprostori.	SVI	O-027
8.04.2020.	9:15-12:00	P	Jordanova forma matrice.	SVI	O-027
15.04.2020.	9:15-12:00	P	Unitarni prostori. Nejednakost Schwarz-Cauchy-Bunjakovski.	SVI	O-027
22.04.2020.	9:15-12:00	P	Norma. Metrika.	SVI	O-027
29.04.2020.	9:15-12:00	P	Gram - Schmidtov postupak ortogonalizacije.	SVI	O-027
6.05.2020.	9:15-12:00	P	Operatori na unitarnim prostorima. Unitarni operatori.	SVI	O-027
13.05.2020.	9:15-12:00	P	Hermitski adjungirani operatori. Hermitski operatori.	SVI	O-027
20.05.2020.	9:15-12:00	P	Simetrični operatori.	SVI	O-027
27.05.2020.	9:15-12:00	P	Kvadratne forme.	SVI	O-027
03.06.2020.	9:15-12:00	P	Kvadratne forme.	SVI	O-027
06.03.2020.	11:15-13:45	AV	Ponavljanje gradiva LAI potrebnog za kolegij LAlI. Rješivost sustava linearnih jednadžbi.	SVI	O-S31
13.03.2020.	11:15-13:45	AV	Rješivost sustava linearnih jednadžbi i rješavanje sustava linearnih jednadžbi. Cramerovi sustavi.	SVI	O-S31



## Sveučilište u Rijeci • Odjel za matematiku

Radmila Matejić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

20.03.2020.	11:15-13:45	AV	Svojstvene vrijednosti i lihtariwgw.math.uniri.hr operatora.	SVI	O-S31
27.03.2020.	11:00-13:45	AV	<b>1. TEST</b> Karakteristični i minimalni polinom.	SVI	O-S31
03.04.2020.	11:15-13:45	AV	Invarijantni potprostori.	SVI	O-S31
10.04.2020.	11:15-13:45	AV	Jordanova forma matrice.	SVI	O-S31
17.04.2020.	11:15-13:45	AV	Unitarni prostori. Nejednakost Schwarz-Cauchy-Bunjakovski. Norma. Metrika.	SVI	O-S31
25.04.2020.	11:00-13:45	AV	<b>2. TEST</b> Gram - Schmidtov postupak ortogonalizacije.	SVI	O-S31
29.04.2020.	18:00-20:00	AV	<b>1. KOLOKVIJ</b>	SVI	O-S31
08.05.2020.	11:15-13:45	AV	Operatori na unitarnim prostorima. Unitarni operatori.	SVI	O-S31
15.05.2020.	11:15-13:45	AV	Hermitski adjungirani operatori. Hermitski operatori.	SVI	O-S31
22.05.2020.	11:15-13:45	AV	Simetrični operatori.	SVI	O-S31
29.05.2020.	11:00-13:45	AV	<b>3. TEST</b> Kvadratne forme.	SVI	O-S31
05.06.2020.	11:15-13:15	AV	<b>2. KOLOKVIJ</b>	SVI	O-S31
10.06.2020.	9:00-11:00	AV	<b>POPRAVNI KOLOKVIJ</b>	SVI	O-027

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari